# Zur Kessler-Greenberg-Zerlegung der Varianz der Meßdifferenz zwischen zwei Meßzeitpunkten einer Panel-Befragung

Kirschner, Hans-Peter

# Zur Kessler-Greenberg-Zerlegung der Varianz der Meßdifferenz zwischen zwei Meßzeitpunkten einer Panel-Befragung

## 1. Einleitung

In ihrem Buch 'Linear Panel Analysis' schlagen Kessler und Greenberg (1981) eine sehr spezifische Art der Beurteilung von Veränderungen, die bei einer Panel-Befragung gemessen werden, vor. Es wird dazu die Varianz der Differenz zwischen zwei Meßzeitpunkten additiv in zwei positive Komponenten zerlegt, die in intuitiv naheliegender Weise eine Interpretation als Maß für strukturellen bzw. individuellen Wandel nahelegen.

In den folgenden Abschnitten wird sowohl eine kritische Würdigung der Kessler-Greenberg-Zerlegung versucht als auch dargestellt, daß eine Weiterführung ihrer Gedankengänge zu einem normierten Maß führt, das sich gut zur vergleichenden Beurteilung von Komponenten der Veränderung eignet und auch Hinweise auf die Qualität von Fragetexten geben kann.

## 2. Grundlegende Eigenschaften der Kessler-Greenberg-Zerlegung

Geht man aus von einer Stichprobe von Personen (oder abstrakter: Merkmalsträgern) aus einer hypothetischen Population, denen an zwei aufeinanderfolgenden Meßzeitpunkten dieselben Fragen gestellt werden, mißt man die Veränderung von Zeitpunkt 1 zu Zeitpunkt 2 bei Vorliegen einer Intervallskala naheliegenderweise durch Differenzenbildung. Hat also Person i zum Zeitpunkt 1 die Antwort $x_{1i}$ und zum Zeitpunkt 2 die Antwort $x_{2i}$ gegeben, würde man sagen, daß keine Veränderung eingetreten ist, wenn $\Delta x_i = x_{2i} - x_{1i}$ gleich Null ist. In Variablenschreibweise wird also Veränderung durch $\Delta X = X_2 - X_1$ repräsentiert.

An Populationsparametern - von denen vorausgesetzt sei, daß sie konsistent schätzbar sind - interessieren vor allem

$s(i)^2$ = Varianz von $X_i$, $i=1,2$,
$s(1,2)$ = Kovarianz von $(X_1, X_2)$,
$r(1,2)$ = Korrelation von $(X_1, X_2)$,
$b(2,1)$ = $s(2,1)/s(1)^2$ = Regressionskoeffizient, $X_1$ unabhängige Variable,

$s(\Delta X)^2$ = Varianz von $X_2 - X_1$,
$b(\Delta X,1) = s(\Delta X,1)/s(1)^2$ = Regressionskoeffizient, $X_1$ unabhängige Variable.

Nach den Rechenregeln über Kovarianzen ergibt sich im übrigen unmittelbar die nützliche Äquivalenz $b(\Delta X,1)=b(2,1)-1$.

In den Anwendungen der Theorie in den Abschnitten 3 und 4 werden ohne weiteren Kommentar folgende Schätzungen dieser Populationsparameter verwendet:

$$s(i)^2 = \sum_j (x_{ij}-\bar{x}_{i.})^2/n-1, \quad s(1,2) = (\sum_j (x_{1j}-\bar{x}_{1.})(x_{2j}-\bar{x}_{2.}))/n-1$$
$$r(1,2) = s(1,2)/s(1)s(2).$$

Von zentraler Bedeutung bei der Beurteilung des Ausmaßes der Veränderungen von Zeitpunkt 1 zu Zeitpunkt 2 ist offensichtlich die Varianz der Veränderung von $\Delta X$, $s(\Delta X)^2$. Sie wird fast verschwinden, wenn sich alle Messungen sehr eng um die 'Winkelhalbierende' gruppieren, wenn also kaum Veränderungen von Zeitpunkt 1 zu Zeitpunkt 2 stattfinden, oder, anders gesagt, wenn $b(2,1)$ - die Steigung der Regressionsgeraden - nahe bei Eins liegt, was wiederum nach obiger Äquivalenz bedeutet, daß $b(\Delta X,1)$ nahe bei Null liegt.

Andererseits wird $s(\Delta X)^2$ groß werden, wenn, anschaulich gesprochen,
- die 'Punktwolke', die sich durch Auftragen von erstem gegen zweiten Zeitpunkt ergibt, aus der Richtung der Winkelhalbierenden '<u>herausgedreht</u>' ist, oder/und
- die 'Punktwolke' einen <u>breiten 'Streifen</u>' entlang der Regressionsgeraden beschreibt.

Letzteres wird man eher einem 'Rauschen' zuordnen, was durch - unkoordinierte - <u>individuelle Änderungen</u> hervorgerufen wird, ersteres jedoch eher auf '<u>funktionale</u>' oder '<u>strukturelle' Änderungen</u> zurückführen wollen. Als Beispiel hierzu denke man sich ein Scheichtum, das seinen Einwohnern exorbitant hohe soziale Leistungen von Staats wegen gewährte, bevor der Ölmarkt sich für die Produzenten drastisch verschlechterte, und das nach diesem Ereignis die Leistungen strich, so daß Arm und Reich der absoluten Höhe nach <u>gleiche Kürzungen</u> in Kauf nehmen mußten. Hätte man vor der Marktverschlechterung und nach der Marktverschlechterung jeweils einen Meßzeitpunkt gehabt und dabei die Befragten um eine Einstufung ihrer wirtschaftlichen Situation auf einer 10-Punkte-Skala gebeten, erscheint es sehr plausibel, daß die ganz Reichen in ihrer Lage-Einschätzung bei den Skalenpunkten 9 bzw. 10 bleiben würden, wohingegen bereits Personen mit mittleren Skalenpunkten abrutschen würden zum unteren Ende der Skala, also gegen Eins. Die strukturelle Änderung bewirkt also hier ganz offenbar eine 'Aufsteilung' der Regressionsgeraden ($X_2$=abhängige Variable), mithin einen funktionalen Zusammenhang zwischen den Messungen zu beiden Zeitpunkten, der zu dem individuellen 'Rauschen' hinzutritt bzw. sich mit ihm überlagert.

Kessler und Greenberg (1981:51) geben nun eine formale Darstellung von $s(\Delta X)^2$ an, die den Gedanken der Zerlegung von Veränderung in einen strukturellen und einen individuellen Einflußfaktor in konkretes numerisches Geschehen umsetzen soll:

$$\underline{s(\Delta X)^2 = s(1)^2 b(\Delta X,1)^2 + s(2)^2(1-r(1,2)^2)}, \tag{1}$$

wobei der erste Summand für strukturelle, der zweite für individuelle Änderung steht.

Eine kritische Würdigung der Zerlegung von $s(\Delta X)^2$ hat zu diskutieren:

- Werden wenigstens Extremfälle von Veränderung 'richtig' wiedergegeben?

- Werden darüber hinaus strukturelle bzw. individuelle Veränderungen angemessen von der Zerlegung 'bemerkt', wenn man sie von vorneherein in ein Modell einbaut? Wie steht es mit der Trennschärfe der Zerlegung?

- In welchem relativen Größenverhältnis stehen beide Summanden zueinander (s. Abschnitt 3)?

- Wie brauchbar ist die Zerlegung in der Forschungspraxis (s. Abschnitt 4)?

Als einen ersten Extremfall betrachte man die Situation, daß die beim Auftrag von $X_1$ gegen $X_2$ entstehende Punktwolke sich als Schlauch darstellt, der symmetrisch die Winkelhalbierende umfaßt. $b(\Delta X,1)=b(2,1)-1$ ist dann nahe Null und - wegen des individuellen Rauschens um die Regressionsgerade herum - wird $r(1,2)$ klein, der zweite Summand also groß sein. Die erste Komponente - struktureller Wandel - verschwindet demnach fast vollständig und die zweite liegt ungefähr in der Größenordnung von $s(2)^2$. Die Zerlegung von $s(\Delta X)^2$ entspricht demnach gut dem anschaulichen Befund.

Umgekehrt wird bei einer Steigung der Regressionsgeraden, die entweder wesentlich unter Eins (der Steigungswinkel ist kleiner als 45°, b(2,1) kleiner als Eins) oder aber wesentlich über Eins liegt, der erste Summand u.U. erheblich größer als Null werden - was er ja auch soll - und der zweite Summand wird davon beeinflußt, ob individuelle Änderungen in nennenswertem Umfang vorliegen ($r(1,2)^2$ wird kleiner) oder nicht.

Etwas schärfer fassen läßt sich das Verhalten von (1), wenn man ein spezifiziertes Modell vorgibt und überprüft, ob die Zerlegung von (1) dem Modell entsprechend reagiert. Dies sei an einem einfachen Beispiel erläutert:

Wir wollen annehmen, daß die Messung zum Zeitpunkt 2 linear davon abhängt, welcher Wert dem Befragten zum Zeitpunkt 1 zugeschrieben wurde, und daß eine Komponente Y individueller zufälliger Veränderung hinzutritt, $X_2 = (aX_1+c)+Y$ mit Konstanten a und c, sowie der Variablen Y mit $s(Y)^2=\varepsilon^2$ und $s(Y,X_1)$ nicht notwendig Null. Letztere Annahme ist gerechtfertigt durch den Umstand, daß individuelle Veränderungen in den Randbereichen einer Skala sehr häufig von geringerer Größenordnung sind als solche im Mittelbereich. Nach sehr einfachen algebraischen Manipulationen erhält man für dieses Modell

$$s(\Delta X)^2 = \left\{ (a-1)s(1)+\left[(s(Y,X_1)/s(1)\right]\right\}^2 + \left\{\varepsilon^2-\left[s(Y,X_1)/s(1)\right]^2\right\}. \quad (2)$$

Man sieht zunächst, daß für den Fall völlig fehlenden strukturellen Wandels a=1 - bis auf individuelle Veränderungen und einer Parallelverschiebung der Winkelhalbierenden um den Betrag c bleibt alles beim alten - in (2) in der Tat zwar ein Teil des ersten Summanden verschwindet, die Koppelung von Y und $X_1$ über $s(Y,X_1)$ jedoch zu einem Oberströmen von Varianz vom zweiten Summanden in den ersten Summanden führt, was strukturellen Wandel indiziert, obwohl keiner vorhanden ist. Allgemein bedeutet (2), daß unter diesem Modell die Zerlegung in dem Maße an Trennschärfe einbüßt, je ausgeprägter die Wechselwirkung zwischen individueller Änderung und Skaleneigenschaften ist. Man wird diesen auch intuitiv naheliegenden Befund ohne weiteres auf verwickeltere Modelle verallgemeinern können, indem man sagt, daß eine Kovarianz zwischen individueller Veränderung und den Ergebnissen aus der ersten Messung tendenziell in (1) den individuellen Anteil vermindert und den strukturellen vergrößert.

Fragt man nach der Trennschärfe der Zerlegung (1), ist damit notwendig die Frage verbunden, ob denn diese Varianzaufspaltung unter ungünstigen Umständen unbrauchbare Artefakte liefert. Die Antwort ist leider 'ja', und im folgenden wird dies mit Hilfe eines Beispiels erläutert, in dem die Variablen (typischerweise) sehr wenige, d.h. drei Kategorien besitzen.

Im Falle von Skalen mit sehr wenigen Punkten äußern sich die Obergänge von Zeitpunkt 1 zu Zeitpunkt 2 bei einer Veränderung in 'Quantensprüngen', wohingegen das der Formel (1) zugrundeliegende Konzept von stetigen Obergängen ausgeht, die sich auf einer 'langen' Skala abspielen. Individuelle Veränderungen von einem Ende einer solchen Skala zum anderen würden die klassische Wirkung von 'Ausreißern' haben und den prozentualen Anteil des 'individuellen Wechsels' erheblich beeinflußen. Liegt hingegen etwa eine Skala mit drei Punkten, 1,2 und 3, vor, muß man damit rechnen, daß inhaltlich u.U. bedeutsame Wechsel von der Kategorie 1 zur Kategorie 3 mitnichten zur deutlichen Anhebung dieses Varianzanteils führen. Ein - nicht pathologisches - Beispiel möge dies verdeutlichen:

Gegeben sei eine Skala mit den Werten 1,2 und 3; die Messungen zu den Zeitpunkten 1 und 2 haben zu der folgenden Oberströmmatrix geführt:

Oberströmmatrix 1:

| | | Zeit 2: 1 | 2 | 3 | |
|---|---|---|---|---|---|
| Zeit 1 | 1 | 90<br>18.8% | 10<br>2.1 | 0<br>0.0 | 100 |
| | 2 | 10<br>2.1 | 90<br>18.8 | 100<br>20.8 | 200 |
| | 3 | 0<br>0.0 | 120<br>25.0 | 60<br>12.5 | 180 |
| | | 100 | 220 | 160 | 480 |

s(1) = 0.746, s(2) =0.726, r(1,2) = 0.540; man erhält also für den prozentualen Anteil individuellen Wechsels den Wert 74.9%. Man könnte dies so interpretieren, daß bei fast gleichen Varianzen selbst die hohe Zahl von 120 Übergängen 3 ⟶ 2 diesen Anteil eher gering ausfallen läßt (vgl. Tabelle 2!), zumal auch Übergänge in den Extremkategorien nicht stattfinden, also alle Masse der zweidimensionalen Verteilung auf Haupt- und Nebendiagonalen konzentriert ist.

Es liegt nun die Frage sehr nahe, ob es bei gleichen Randverteilungen, also insbesondere gleichen Werten für s(1) und s(2) und gleichem r(1,2) eine Überströmmatrix gibt, die gänzlich anders strukturiert ist als die Überströmmatrix 1. Dies ist in der Tat der Fall:

Überströmmatrix 2:

| | | Zeit 2: 1 | 2 | 3 | |
|---|---|---|---|---|---|
| Zeit 1 | 1 | 75<br>15.6% | 5<br>1.0 | 20<br>4.2 | 100 |
| | 2 | 0<br>0.0 | 180<br>37.5 | 20<br>4.2 | 200 |
| | 3 | 25<br>5.2 | 35<br>7.3 | 120<br>25.0 | 180 |
| | | 100 | 220 | 160 | 480 |

Man rechnet sofort aus, daß auch für diese Überströmmatrix gilt s(1) = 0.746, s(2) = 0.726, r(1,2) = 0.540. Beide Matrizen unterscheiden sich jedoch beträchtlich in ihrer Struktur; bei der ersten liegen 50% der Fälle auf der Hauptdiagonalen (keine Veränderung) und 50% der Fälle auf beiden Nebendiagonalen, Übergänge von einer Extremkategorie zur anderen kommen nicht vor. Bei der zweiten Matrix liegen 78.1% der Fälle auf der Hauptdiagonalen, 12.5% auf der Nebendiagonalen und in 9.4% aller Fälle findet ein Übergang 1 ⟶ 3 bzw. 3 ⟶ 1 statt. Eine höhere Stabilität - mehr Fälle auf der Hauptdiagonalen - verbindet sich also mit erheblicher, eher als 'individuell' einzustufender Veränderung - eben dem Wandern von einer Extremkategorie zur anderen. Je nach inhaltlicher Wichtung der Wechsel von 1 nach 3 bzw. 3 nach 1 wird man also die zweite Überströmmatrix in bezug auf den Anteil individueller Veränderung anders als die erste bewerten, wohingegen der prozentuale Anteil individueller Veränderung für beide gleich ist. Man ist also bei der Verwendung von Skalen mit nur wenigen Punkten gehalten, die Interpretation der Zerlegung (1) stets abzustützen durch inhaltlich bedeutsame Struktureigenschaften der Oberströmmatrix, mithin durch Diskussion der sonstigen Randbedingungen.

## 3. Ein normiertes Maß für individuellen Wandel

Ein Wert für den prozentualen Anteil individuellen Wandels in der Kessler-Greenberg-Zerlegung (1) von z.B. 70% mag zwar auf den ersten Blick sehr hoch erscheinen; man wird jedoch einer solchen Zahl keine große Bedeutung beimessen wollen, wenn man etwa weiß, daß unter den gegebenen Randbedingungen ein viel kleinerer Prozentwert gar nicht möglich ist. M.a.W. über die Varianzzerlegung von Kessler und Greenberg hinaus wird ein normiertes Maß benötigt, das es erlaubt zu sagen, daß für die eine Variable der Anteil individueller Veränderung hoch und für die andere Variable niedriger ist, ein Maß also, das komparative Analysen erlaubt. Dieser Abschnitt ist der Herleitung einer solchen Kenngröße gewidmet.

Es bezeichne 'struk' den ersten Summanden in (1), also struk = $s(1)^2(1-b(2,1))^2$, und 'indiv' den zweiten Summanden, also indiv = $s(2)^2(1-r(1,2)^2)$; indiv(%) sei der prozentuale Anteil von indiv an $s(\Delta)^2$ = struk + indiv, also

$$\text{indiv}(\%) = \frac{\text{indiv}}{\text{indiv} + \text{struk}} \cdot 100$$

$$= \left(1 + \frac{\text{struk}}{\text{indiv}}\right)^{-1} \cdot 100.$$

Man zeigt leicht, daß der in indiv(%) bestimmende Quotient struk/indiv sich schreiben läßt als

$$\frac{\text{struk}}{\text{indiv}} = \frac{1-r(1,2)}{1+r(1,2)} \cdot \left(1 - \frac{1-s(1)/s(2)}{1-r(1,2)}\right)^2 \qquad (3)$$

Formel (3) besagt, daß indiv(%) eine Funktion von r(1,2) und dem Quotienten s(1)/s(2) ist, m.a.W. entscheidend für den Wert von indiv(%) ist die Korrelation zwischen beiden Meßreihen - sie wird in aller Regel positiv sein - und das Verhältnis beider Standardabweichungen zueinander. indiv(%) läßt sich also bereits mit Hilfe der zweidimensionalen Größe (r(1,2), s(1)/s(2)) darstellen. Bemerkenswert ist ferner, daß bei positivem r(1,2) der erste Faktor auf der rechten Seite in (3) tendenziell sehr viel kleiner als Eins ist, was nur durch einen 'großen' Quotienten s(1)/s(2) wieder wettgemacht werden kann, wenn also die Varianz bei der zweiten Meßreihe deutlich kleiner ist. Ein unter Eins fallender Varianzquotient führt also tendenziell zu hohen Anteilen individueller Änderungen. Wie wichtig die Größe s(1)/s(2) ist, kann man der folgenden Tabelle 1 entnehmen, die indiv(%) in Abhängigkeit von s(1)/s(2) und r(1,2) wiedergibt.

Die letzte bzw. vorletzte Zeile von Tabelle 1 enthalten den maximalen Wert, den indiv(%) bei festgehaltenem Quotienten s(1)/s(2) erreichen kann (%max), sowie das zugehörige $r(1,2)=r_{max}$. Einen Sonderfall stellt s(1)/s(2)=1 dar, da indiv(%) mit wachsendem r(1,2) ebenfalls (monoton) wächst, einen maximalen Wert für r(1,2) < 1 jedoch nicht erreicht.

Man entnimmt Tabelle 1 unmittelbar, daß in einem forschungspraktisch wichtigen Bereich (dick umrandet) der individuelle Anteil an Veränderung in der Zerlegung (1) teilweise sehr stark überwiegt und daß eine Vergrößerung der Varianz beim zweiten Meßzeitpunkt relativ unabhängig vom Wert für r(1,2) zu einem hohen individuellen Anteil in (1) führt. Dieser Sachverhalt kann leider zu krassen Fehlinterpretationen führen, da natürlich auch eine strukturelle Änderung bei ansonsten 'normalem' individuellen Rauschen zu einer Punktwolke führen kann, die 'steiler' als 45° ist, und so bei 'üblichem' Wert von r(1,2) der Wert von s(2) größer ist als der von s(1).

Charakteristisch für alle Spalten von Tabelle 1 ist es, daß mit steigender Korrelation indiv(%) entweder monoton mitwächst wie für s(1)/s(2)=1, oder aber bis zu einem Maximum ansteigt, um danach wieder zu fallen. Letzteres sieht man sehr deutlich z.B. für s(1)/s(2)=1.15, wo ein Anstieg von 43.1% (r(1,2)=0) auf 75.6% (r(1,2)=0.87) und danach ein Abfall auf 70.9% (r(1,2)=0.95) zu verzeichnen ist. Es wurde im übrigen bewußt darauf verzichtet, indiv(%) für größere Werte als 0.95 für r(1,2) auszuweisen, da

Tabelle 1: indiv (%) in Abhängigkeit von s(1)/s(2) und r(1,2)

| | s(1)/s(2) | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| r(1,2) | 0.70 | 0.80 | 0.85 | 0.90 | 0.95 | 1.00 | 1.05 | 1.10 | 1.15 | 1.20 | 1.30 | 1.40 |
| 0 | 67.1 | 61.0 | 58.1 | 55.2 | 52.6 | 50.0 | 47.6 | 45.2 | 43.1 | 41.0 | 37.2 | 33.8 |
| 0.40 | 90.3 | 84.0 | 80.6 | 77.1 | 73.5 | 70.0 | 66.5 | 63.2 | 59.9 | 56.8 | 50.9 | 45.7 |
| 0.50 | 94.9 | 89.3 | 86.0 | 82.4 | 78.7 | 75.0 | 71.3 | 67.6 | 64.0 | 60.5 | 54.0 | 48.1 |
| 0.60 | 98.5 | 94.1 | 91.1 | 87.7 | 83.9 | 80.0 | 76.0 | 71.9 | 67.9 | 64.0 | 56.6 | 50.0 |
| 0.70 | 100 | 98.1 | 95.8 | 92.7 | 89.1 | 85.0 | 80.6 | 76.1 | 71.6 | 67.1 | 58.6 | 51.0 |
| 0.80 | 97.3 | 100 | 99.3 | 97.3 | 94.1 | 90.0 | 85.2 | 80.0 | 74.6 | 69.2 | 59.0 | 50.0 |
| 0.90 | 82.6 | 95.0 | 98.7 | 100 | 98.7 | 95.0 | 89.4 | 82.6 | 75.2 | 67.9 | 54.3 | 43.2 |
| 0.95 | 60.9 | 81.3 | 90.7 | 97.5 | 100 | 97.5 | 90.7 | 81.3 | 70.9 | 60.9 | 44.3 | 32.5 |
| $r_{max}$ | 0.70 | 0.80 | 0.85 | 0.90 | 0.95 | / | 0.95 | 0.91 | 0.87 | 0.83 | 0.77 | 0.71 |
| %max | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | / | 90.7 | 82.6 | 75.6 | 69.4 | 59.2 | 51.0 |

diese praktisch sehr selten vorkommen und man in solchen Fällen ohnehin nicht mehr von nennenswerter Veränderung, egal welcher Art, ausgehen würde.

Die Spalten von Tabelle 1 geben insgesamt einen groben Oberblick über den 'Wertebereich' von indiv(%) bei gegebenem s(1)/s(2). Sie zeigen, daß der Term für strukturellen Wandel in (1) gänzlich unabhängig von r(1,2) erst zum Tragen kommt, wenn s(2) deutlich kleiner wird als s(1). Für $r(1,2) \geq 0.6$ und $r(1,2) \leq 0.9$ wird indiv(%) immerhin erst für Werte $s(1)/s(2) > 1.4$ kleiner als 43%!

Die Zerlegung (1) führt also erst dann zu einem höheren Wert des Anteils für strukturelle Veränderung, wenn die Situation insofern schon sehr 'eindeutig' ist, als eine zum zweiten Meßzeitpunkt deutlich verringerte Varianz eine 'nach unten' gedrehte Punktwolke signalisiert.

Für ein normiertes Maß, das den Anteil individuellen Wandels in der Kessler-Greenberg-Zerlegung repräsentieren soll, bietet sich offenbar als Bezugsgröße dasjenige Intervall an, das indiv(%) bei festgehaltenem s(1)/s(2) - also festgehaltenen Randverteilungen - durchläuft, wenn r(1,2) von 0 bis 0.95 steigt. Bezeichnen %max bzw. %min den größten bzw. kleinsten Wert des Bezugsbereichs, wird also berechnet - und in Tabelle 2 ausgewiesen -

$$\text{indiv relativ} = \frac{\text{indiv(\%) - \%min}}{\text{\%max - \%min}} .$$

Erhält man z.B. für eine Variable die Konstellation s(1)/s(2)=1.15 und r(1,2)=0.70, ist nach Tabelle 1

$$\underline{\text{indiv relativ}} = \frac{71.6 - 43.1}{75.6 - 43.1} = \underline{0.877}.$$

Die Werte für %max und %min $(=(1+(s(1)/s(2))^2)^{-1} \cdot 100)$ sind im übrigen wegen nicht-linearen Verhaltens von indiv(%) nicht aus Tabelle 1 interpretierbar, sodern müssen für beide Werte von s(1)/s(2) und r(1,2), die nicht von Tabelle 2 abgedeckt werden, gesondert berechnet werden. Die Formel zur Berechnung von %max erhält man in üblicher Weise durch Differenzieren des Ausdrucks für indiv(%) nach r.

Der Diskussion von 'indiv relativ' dient der gesamte folgende Abschnitt 4.

## 4. Anwendungen für Variablen aus der ALLBUS-Test-Retest-Studie

Die beiden vorigen Abschnitte haben gezeigt, daß einerseits die Kessler-Greenberg-Zerlegung der Varianz der Differenz der Messungen zu jeweils zwei Zeitpunkten theoretisch gesehen zwar eine hohe Plausibilität aufweist, daß andererseits jedoch die Gefahr, auf Artefakte hereinzufallen, durchaus gegeben ist. In diesem Abschnitt wird daher untersucht, wie es mit der Praxis-Fähigkeit dieser Varianzzerlegung steht, d.h. es wird für Variablen aus völlig unterschiedlichen Bereichen diskutiert, ob die Aufspaltung in strukturelle und inhaltliche Veränderung zu schwer verständlichen numerischen Ausprägungen führt, oder ob klare und im vorhinein zu vermutende Muster resultieren.

Datenbasis ist die Test-Retest-Studie, die im Anschluß an den ALLBUS 1984 in zwei Wellen (mit Hauptstudie drei Wellen) durchgeführt wurde, und zwar vom 15.4.1984 bis zum 8.8.1984. Die zweite Welle der Befragung lief in der dritten bis fünften Woche nach der Hauptstudie, die dritte Welle in der siebten bis neunten Woche. Das Ausgangsbrutto der zweiten Welle war n=210, und es konnten 181 Interviews realisiert werden, wobei dieses Ausgangsbrutto der dritten Welle sich schließlich auf 154 erfolgreiche Befragungen während der dritten Welle verringerte. Der Fragebogen wurde gegenüber der Haupterhebung um etwa 1/3 der Befragungszeit gekürzt.

Aus dem Fragenprogramm wurden die folgenden vier Variablen einer eingehenden Analyse unterzogen:

F3 Eigene wirtschaftliche Lage

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 3 | Wie beurteilen Sie heute Ihre eigene wirtschaftliche Lage:<br>*INT.: Antwortvorgaben vorlesen* | sehr gut . . . . . . . . . . . . | 1 | |
| | | gut . . . . . . . . . . . . . . . | 2 | |
| | | teils gut/teils schlecht . . . | 3 | |
| | | schlecht, oder . . . . . . . . . | 4 | |
| | | sehr schlecht . . . . . . . . . | 5 | |
| | | weiß nicht . . . . . . . . . . . | 8<br>9 | |

Hier und bei den anderen drei Variablen ist der Fragetext aus dem Fragebogen wiedergegeben; F3 war die dritte Frage in der Fragensukzession der Haupterhebung.

F35c Offene Gesellschaft

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| C | Die Bundesrepublik ist eine offene Gesellschaft. Was man im Leben erreicht, hängt nicht mehr vom Elternhaus ab, aus dem man kommt, sondern von den Fähigkeiten, die man hat, und der Bildung, die man erwirbt | 1 | 2 | 3 | 4 | 8 |

S20 Konfession / S21 Kirchgang

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| S20 | Welcher Religionsgemeinschaft gehören Sie an? | der evangelischen Kirche (ohne Freikirchen) . . . . . . . | 1 | S21 |
| | | einer evangelischen Freikirche . . | 2 | S21 |
| | | der römisch-katholischen Kirche. . | 3 | S21 |
| | | einer anderen christlichen Religionsgemeinschaft . . . . . | 4 | S21 |
| | | einer anderen, nicht christlichen Religionsgemeinschaft . . | 5 | S22 |
| | | keiner Religionsgemeinschaft . . . | 6 | S22 |
| | | | 9 | |
| S21 | Wie oft gehen Sie im allgemeinen zur Kirche: *INT.: Antwortvorgaben vorlesen* | mehr als einmal in der Woche . . . | 1 | |
| | | einmal in der Woche . . . . . . . | 2 | |
| | | ein- bis dreimal im Monat . . . . | 3 | |
| | | mehrmals im Jahr . . . . . . . . . | 4 | |
| | | seltener . . . . . . . . . . . . . | 5 | |
| | | nie . . . . . . . . . . . . . . . | 6 | |
| | | | 9 | |

S20 ist die zwanzigste Frage im Statistikteil = Demographieteil in der Sukzession der Fragen im Fragebogen für die Haupterhebung.

In Tabelle 1 wurde dargestellt, welchen prozentualen Anteil der Zerlegungsterm für individuelle Veränderungen an der Gesamtvarianz der Veränderung =

Differenz besitzt, und zwar für praktisch relevante Werte von s(1)/s(2) und r(1,2). Die deutlich zu identifizierenden Wertebereiche des Anteils prozentualer Veränderung, indiv(%), führten über einen unsymmetrischen Ansatz - Variation von indiv(%) bei festem Varianzquotienten und frei laufender Korrelation r(1,2) - zu einem Bezugsintervall für indiv(%) und damit zum normierten Maß "indiv relativ". Die folgende Tabelle 2 gibt für alle vier Variablen in erster Linie diese Kenngröße wieder, zusammen mit weiteren wichtigen Zerlegungskomponenten.

Die Nomenklatur in Tabelle 2 ist so zu verstehen, daß Quotient Std's=s(1)/s(2) oder s(2)/s(3) oder s(1)/s(3), je nachdem ob W1 ⟶ W2 (Übergang von Welle 1 zu Welle 2) oder W2 ⟶ W3 oder W1 ⟶ W3 vorliegt. "indiv relativ" in Spalte 1 wurde zu Beginn dieses Abschnitts definiert, die Bedeutung von struk(%) + indiv(%) bzw. r ist klar (Spalten 3 und 4).

Generell muß zur Interpretation der vier Variablen vorweggeschickt werden, daß bei der Kürze der Abstände zwischen den Wellen deutliche Effekte struktureller Änderung überraschend wären, selbst von Welle 1 zu Welle 3. Selbstverständlich sind Lerneffekte immer als eine Art struktureller Veränderung vorhanden, es fiele jedoch schwer, Mechanismen anzugeben, die in einer so kurzen Zeit von 8 Wochen im ersten Halbjahr 1984 zu einem Übergewicht an struktureller Änderung hätten führen können, also den Wert von "indiv relativ" weit unter 0.5 gedrückt hätten. Die Ergebnisse in Spalte 1 von Tabelle 2 bestätigen offensichtlich diesen Gedankengang, allerdings nur mit Einschränkungen für die Variable "F35C Offene Gesellschaft", auf die später noch im einzelnen eingegangen wird.

Der Analyse aller vier Variablen ist gemeinsam, daß die Berücksichtigung bzw. Nicht-Berücksichtigung von Werten, die als "fehlend" kodiert sind, abgesehen von inhaltlichen Implikationen, zu jeweils verschiedenen Fallzahlen, die in die Berechnungen eingingen, führten. Systematisch wurden - pro Variable - diejenigen Fälle gestrichen, die für wenigstens eine Welle eine 0 oder eine 9 aufwiesen. Zusätzlich wurden bei den Variablen "F3 Eigene wirtschaftliche Lage" und "F35C Offene Gesellschaft" alle Fälle gestrichen, die in wenigstens einer Welle mit 8 verkodet waren, also "weiß nicht" geantwortet hatten. Dies bot sich an, weil es unangemessen erschien, eine eher explorative Phase der Klärung der Interpretationskraft von Zerlegung

Tabelle 2: Analysedaten zur Varianzzerlegung der gemessenen Differenzen für alle drei Wellen

| | | indiv relativ | struk (%) + indiv (%) | r | Quotient Std's |
|---|---|---|---|---|---|
| F 3 eigene wirtschaftliche Lage | W1 → W2 | 0.846 | 21.1 + 78.9 | 0.721 | 1.085 |
| | W2 → W3 | 0.867 | 6.4 + 93.6 | 0.804 | 0.965 |
| | W1 → W3 | 0.744 | 20.3 + 79.7 | 0.691 | 1.046 |
| F35 offene Gesellschaft | W1 → W2 | 0.494 | 34.3 + 65.7 | 0.466 | 1.105 |
| | W2 → W3 | 0.531 | 27.2 + 72.8 | 0.501 | 1.030 |
| | W1 → W3 | 0.512 | 39.2 + 60.8 | 0.403 | 1.138 |
| S20 Konfession | W1 → W2 | 0.903 | 5.4 + 94.6 | 0.899 | 1.003 |
| | W2 → W3 | 0.941 | 4.5 + 95.5 | 0.927 | 1.008 |
| | W1 → W3 | 0.911 | 6.5 + 93.5 | 0.892 | 1.011 |
| S21 Kirchgang | W1 → W2 | 0.955 | 15.6 + 84.4 | 0.851 | 1.077 |
| | W2 → W3 | 0.940 | 7.6 + 92.4 | 0.901 | 1.025 |
| | W1 → W3 | 0.986 | 18.5 + 81.5 | 0.865 | 1.104 |

(1) auch noch zu befrachten mit dem für Panel-Analysen unter inhaltlichen Aspekten sicher bedeutsamen Problem des Überströmens von geäußerter Meinungslosigkeit zu einer geäußerten Meinung und zurück.

Tabellarisch stellt sich die Behandlung "fehlender Werte" wie folgt dar:

| | Fälle | MData |
|---|---|---|
| F 3 Eigene wirtschaftliche Lage | 154 | ohne Codes 8,9<br>8=weiß nicht |
| F35C Offene Gesellschaft | 143 | ohne Codes 8,9<br>8=weiß nicht |
| S20 Konfession | 154 | ohne Code 9 |
| S21 Kirchgang | 130 | ohne Codes 0,9 |

Sucht man nach Mustern des numerischen Verhaltens von "indiv relativ", fällt sofort auf, daß mit Ausnahme der Variablen "S21 Kirchgang" stets der Wert für W2 ⟶ W3 der größte ist. Dies ist insofern plausibel, als man annehmen darf, daß der Lerneffekt von Welle 2 zu Welle 3 nicht mehr so stark wirkt, wie beim Übergang von Welle 1 zu Welle 2 (Welle 3) und somit insbesondere bei Abwesenheit sonstiger strukturell wirkender Effekte geschlossen werden kann: "weniger Lerneffekt = mehr Anteil individueller Veränderung".

Die numerischen Relationen bei der Variablen "S21 Kirchgang" sind wohl eher als Ausprägungen überragender Stabilität zu interpretieren, wobei restliches "Rauschen" rein individueller Natur ist und sich in entsprechend hohen Werten für "indiv relativ" niederschlägt, deren Größenunterschiede sinnvollerweise nicht mehr interpretiert werden sollten.

Zu diskutieren sind weiter die drei recht niedrigen Werte von "indiv relativ" für die Variable "F35C Offene Gesellschaft". Sie zeigen zwar auch die Betonung von Welle 2 ⟶ Welle 3, jedoch ist unter der Annahme, daß kein Artefakt vorliegt, zu unterstellen, daß ein stärkerer struktureller Effekt <u>bei allen drei Übergängen gleichermaßen</u> wirksam ist. Es bieten sich wiederum ein Lerneffekt oder aber der Metallarbeiterstreik zu Beginn der Gesamtfeldzeit an. Beide Einflußgrößen erscheinen allerdings bei dieser Frage nicht bedeutsam zu sein. Zum einen ist bei einer so komplexen Frageformulierung wie bei F35C nicht mit ausgeprägten Lerneffekten zu rechnen - eher im Gegenteil, s.u. Zum anderen ist ein ein inhaltlicher Zusammenhang zwischen Inhalt der Frage und Metallarbeiterstreik nicht einsehbar. Es bleibt somit nur die Artefaktvermutung, und diese wird in der Tat durch eine einfache Oberlegung gestützt: Sind bei der Zerlegung (1) die gemessenen beiden Variablen unabhängig, also r=0, produzieren die Befragten demnach zu beiden Meßzeitpunkten lediglich Zufallszahlen, so erhält man

$$s(\Delta X)^2 = s(1)^2+s(2)^2$$

für gleiche Varianzen also gerade Struktureffekt = Effekt individueller Veränderung. M.a.W. produzieren die Befragten zu jeweils einem Meßzeitpunkt letztendlich nur Zufallszahlen, wird die Zerlegung (1) zwangsläufig für "indiv relativ" zu einem Wert um 0.5 herum führen. Und gerade dieses Resultat ergibt sich bei F35C für "indiv relativ", nachdem man also für die faktisch ungleichen Varianzen korrigiert hat. Dieser Befund stützt folglich die durchaus verbreitete Meinung, daß in der Tat so komplexe Fragen wie F35C nur zur Erzeugung von Zufallszahlen führen können und vermieden werden sollten.

Zusammenfassung

Es wurde ein erster Versuch unternommen, die Kessler-Greenberg-Zerlegung der Varianz der Veränderung zwischen zwei Meßzeitpunkten einer systematischen Prüfung zu unterziehen. Es zeigte sich, daß die Zerlegung in eine Komponente für strukturellen und eine für individuellen Wandel in ihrer Trennschärfe insofern beeinträchtigt wird, als die jeweils entscheidenden Einflußgrößen für beide Komponenten nicht notwendig unkorreliert sind. Für den Fall kategorialer Variablen mit wenigen Skalenpunkten stellte sich heraus, daß die Kessler-Greenberg-Zerlegung für höchst unterschiedliche Oberströmmatrizen zu demselben Resultat führen kann und somit nicht alleinige Interpretationsgrundlage sein sollte.

In Fortführung der Gedankengänge von Kessler und Greenberg (1981:51f.) wurde nachgewiesen, daß die prozentualen Anteile der Summanden ihrer Varianzzerlegung ausgeprägten Gesetzmäßigkeiten gehorchen und sich in übersichtlicher Weise als Funktion von Korrelation und Quotient der betreffenden Standardabweichungen darstellen lassen: Letztere Größe ist die entscheidende für etwa den möglichen Wertebereich des prozentualen Anteils des Varianzteils für die individuelle Veränderung. Die Angebbarkeit eines solchen Wertebereichs ist von großer Bedeutung, als so ein Maß für den prozentualen Anteil individuellen Wandels definiert werden kann, das zum Vergleich der Verhältnisse bei verschiedenen Variablen von Nutzen ist.

Die Berechnung des standardisierten Maßes für den Anteil individuellen Wandels für vier Variablen aus dem Datensatz eines dreiwelligen Panels aus dem Jahre 1984 ergab - pro Variable waren also drei Werte zu berechnen für jeweils drei Übergänge - deutliche Hinweise darauf, daß die Kessler-Greenberg-Zerlegung sowohl Lerneffekte als eine Art strukturellen Wandels sichtbar macht, als auch Hinweise geben kann, ob eine Fragestellung so unglücklich ist, daß sie bei den befragten Personen letztlich zur Nennung von eher zufälligen Antworten führt.

Diese Arbeit wurde von Hans-Peter Kirschner verfaßt, der bei ZUMA bis Ende 1985 für die Bearbeitung von Fragestellungen zu Panel-Untersuchungen mitverantwortlich war.

Literatur

Kessler, R.C./D.F. Greenberg, 1981: Linear Panel Analysis. New York: Academic Press.